

Partie II: Cours No 6.1
Limite d'élasticité

V.Michaud

Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne



Table des matières

- Mécanismes de plasticité des métaux
- Plasticité des polymères



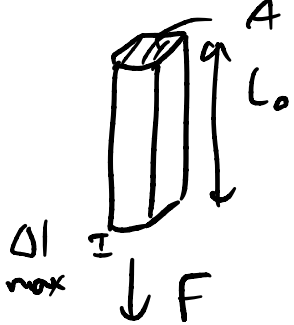
Source: <https://www.cadfem.net/fr/simulation-du-comportement-plastique-des-metaux-12707.html>

Objectifs du cours

- Pour les métaux, comprendre le mécanisme de mouvement des défauts: les dislocations
- Pour les polymères, savoir que les mécanismes sont différents car ces matériaux sont (au moins partiellement) amorphes.

5.2. Choix des matériaux (en traction)

On peut définir un **indice de rigidité spécifique** E/ρ qui permet de comparer les matériaux en traction



$$m = \frac{F L_0^2}{\Delta l} \left(\frac{\rho}{E} \right)$$

• $\frac{E}{\rho}$ le + gd possible

même $\frac{E}{\rho}$:

$$\log \frac{E}{\rho} = \log A$$

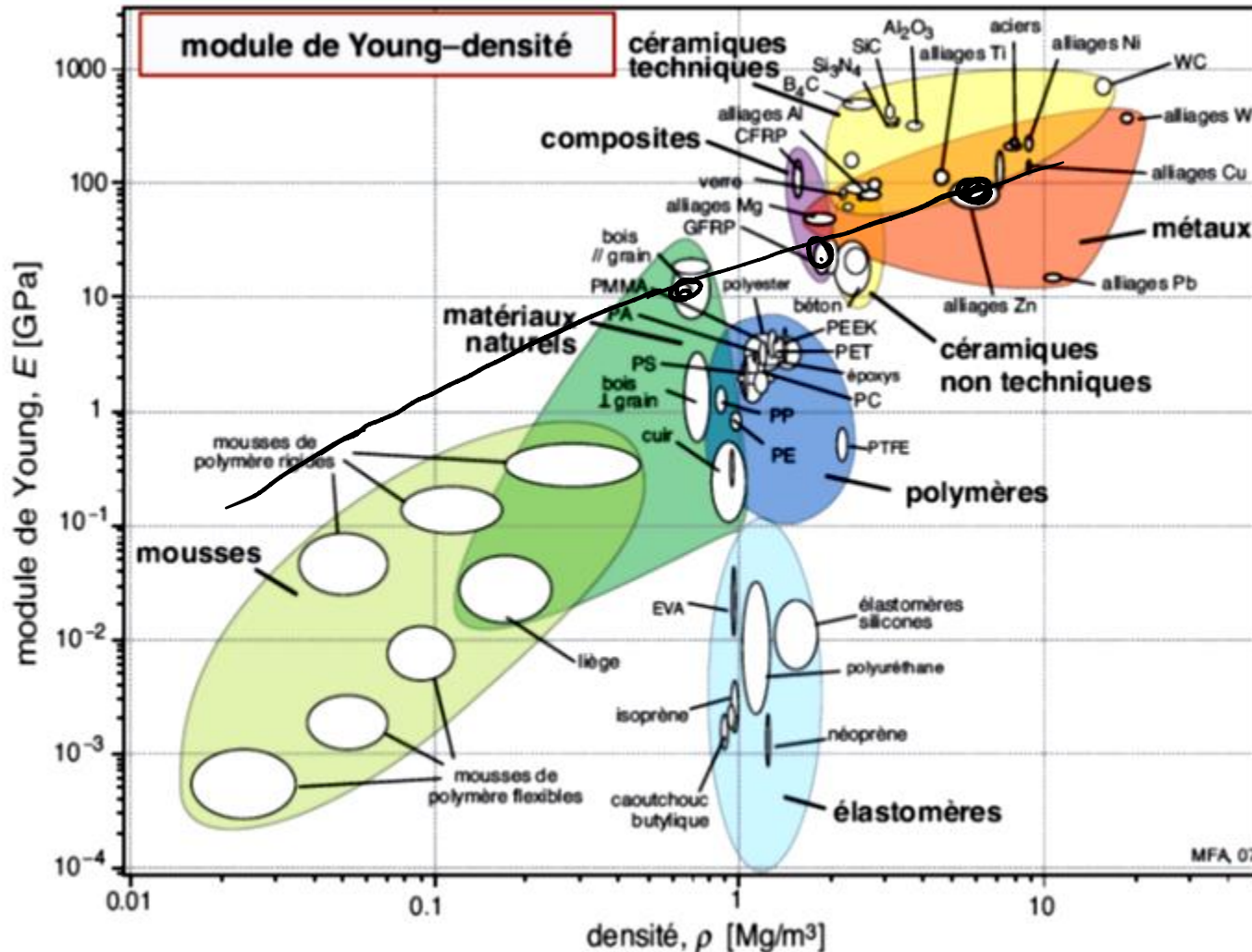
$$\log E - \log \rho = \log A$$

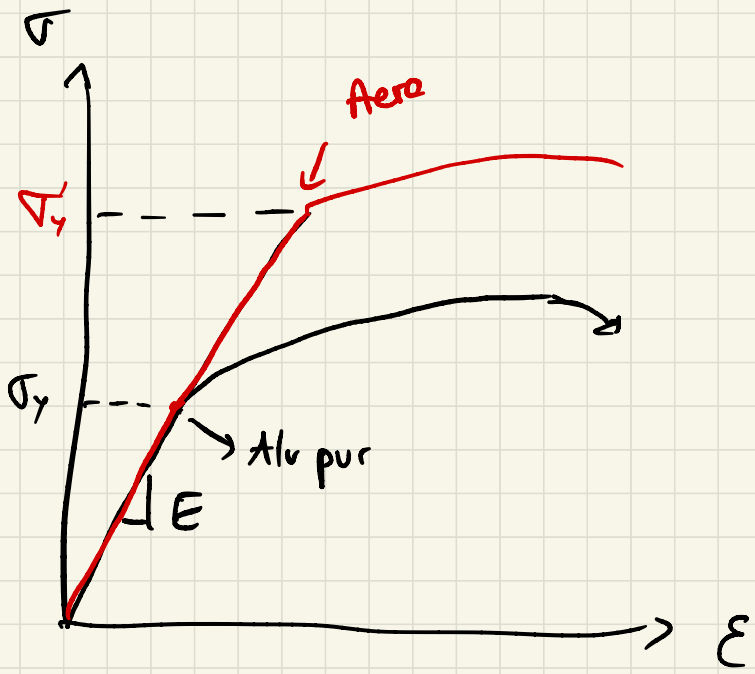
$$\log E = 1 \log \rho + \log A$$

$$y = 1x + C$$

Propriétés élastiques des matériaux

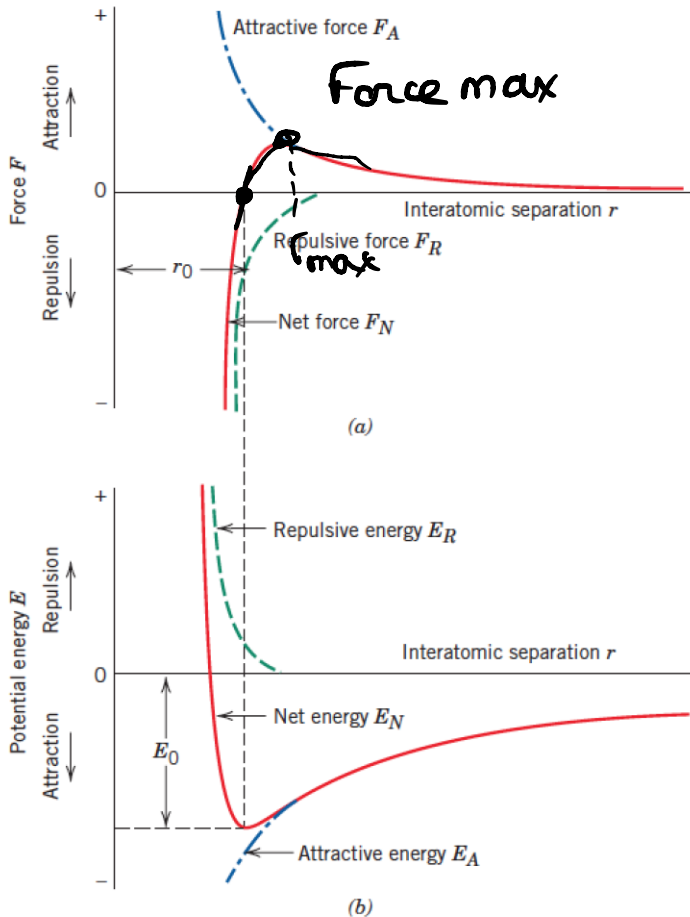
Les cartes d'Ashby permettent de faire une présélection de la rigidité d'un matériau suivant son mode de sollicitation.





Limite d'élasticité théorique des matériaux

La **limite d'élasticité** σ_{el} (ou σ_Y) théorique peut être calculée, elle correspond à la force max ($E/27$ calculé par le potentiel de Leenards Jones, $E/15$ doné dans le livre d'Ashby avec un autre potentiel).



$$F_{ex}(r) = -\epsilon_0 \left(-12 \frac{r_0^{12}}{r^{13}} + 12 \frac{r_0^6}{r^7} \right)$$

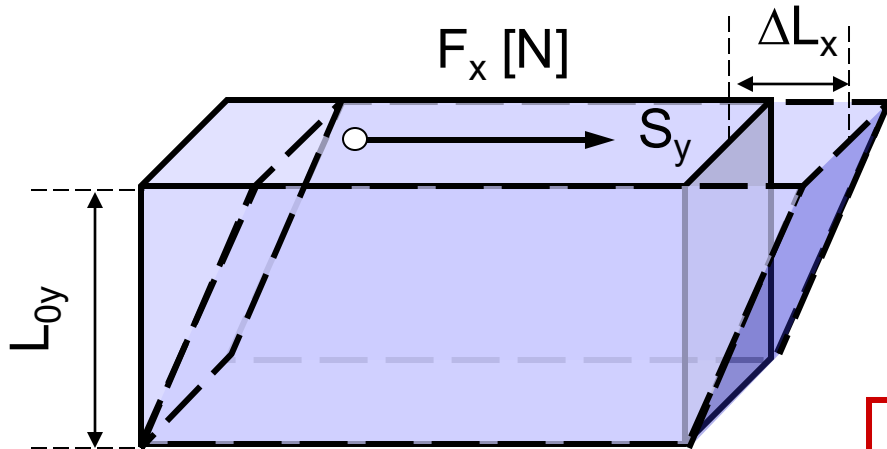
force max $\frac{dF}{dr} = 0$

$$r_{max} = r_0 \left(\frac{13}{7} \right)^{1/6} \text{ force } F(r_{max})$$

$$\sigma_{max} = \frac{F_{max}}{r_0^2} \sim \frac{E}{27}$$

Alu : $E = 70 \text{ GPa}$ $\sigma_{max} = \frac{70000 \text{ MPa}}{27}$

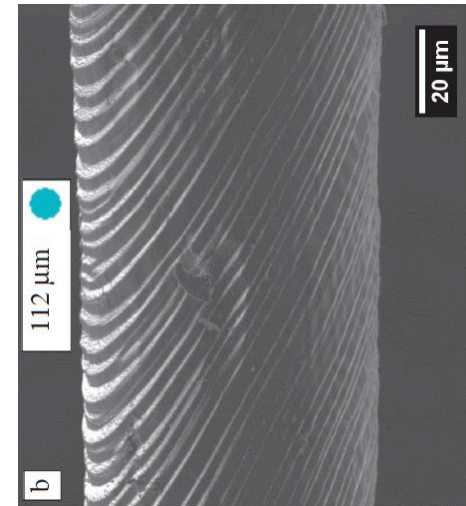
Rappel: la déformation en cisaillement est plus facile



En cisaillement $\varepsilon_{xy} = \frac{1}{2} \gamma = \frac{1}{2} \frac{\Delta L_x}{L_{0y}}$

$$\sigma_{xy} = G 2\varepsilon_{xy} = G\gamma = G \frac{\Delta L_x}{L_{0y}}$$

$$G = \frac{1}{2} \frac{E}{1 + \nu}$$

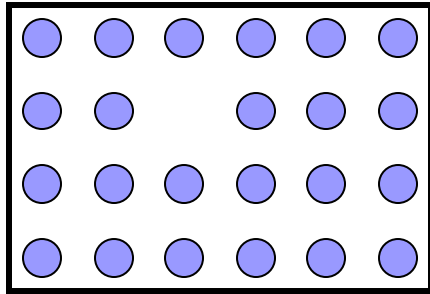


Fil alu,
J.Krebs, EPFL 2015

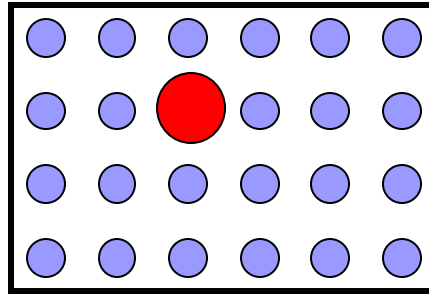
La rigidité en cisaillement est donc toujours plus faible que celle en traction ou compression, donc la déformation des matériaux cristallins se fera souvent selon des plans qui glissent les uns sur les autres, par cisaillement.

Rappel: Les défauts dans les matériaux cristallins

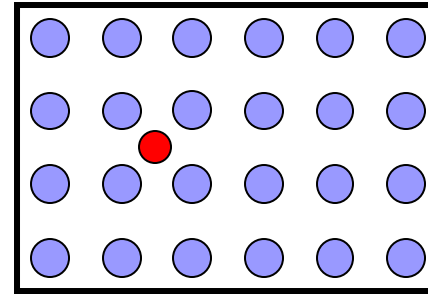
Le cristal parfait n'existe pas! Types de **défauts**:



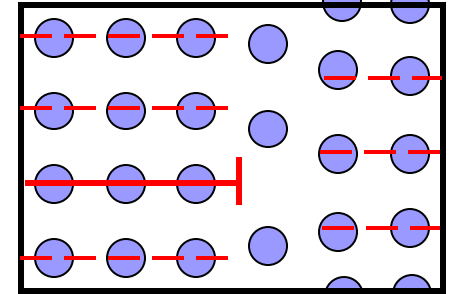
Lacune



Défaut ponctuel
(substitutionnel)

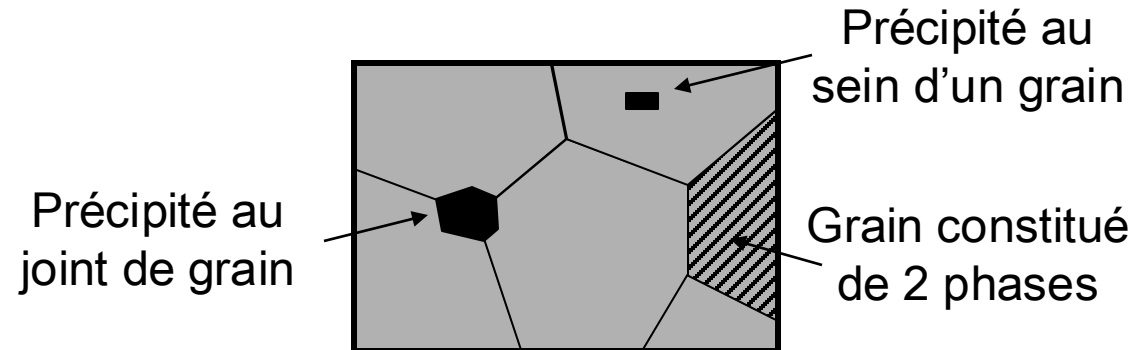
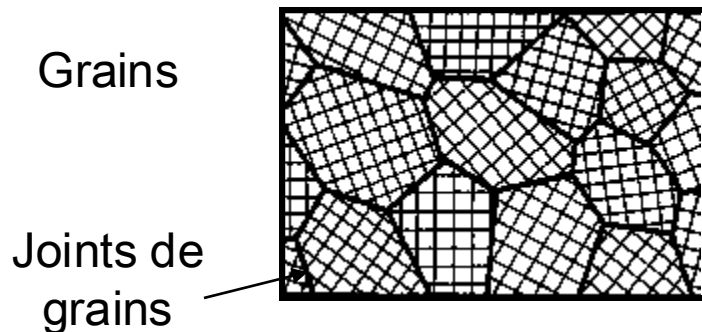


Défaut ponctuel
(interstitiel)



Dislocation

Mais surtout, la plupart des matériaux sont **polycristallins** et composés de plusieurs phases (**multiphasés**)

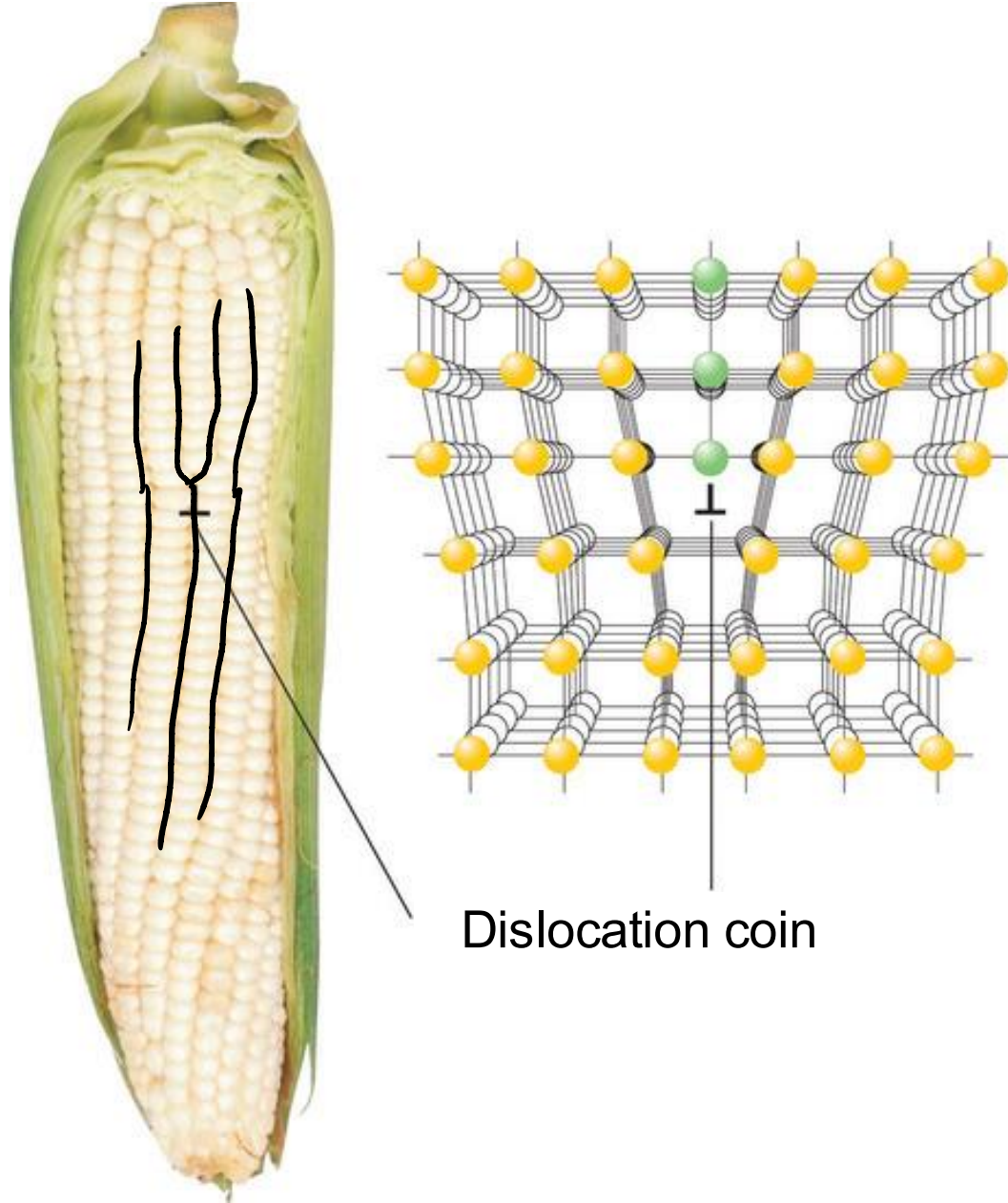


Les défauts dans les matériaux cristallins

C'est donc la présence de défauts dans la structure cristalline qui va:

- D'une part, faire en sorte que la structure cristalline puisse se déformer plus facilement et de manière irréversible (dislocation mobiles).
- D'autre part, faire en sorte que la structure cristalline ne se déforme quand même pas trop facilement, grâce à la présence d'atome interstitiels, de joints de grain, d'amas d'atomes (précipités), etc.. qui bloquent la mobilité des dislocations.

Les défauts d'empilements arrivent naturellement



Dislocation coin

Mécanismes de plasticité des métaux

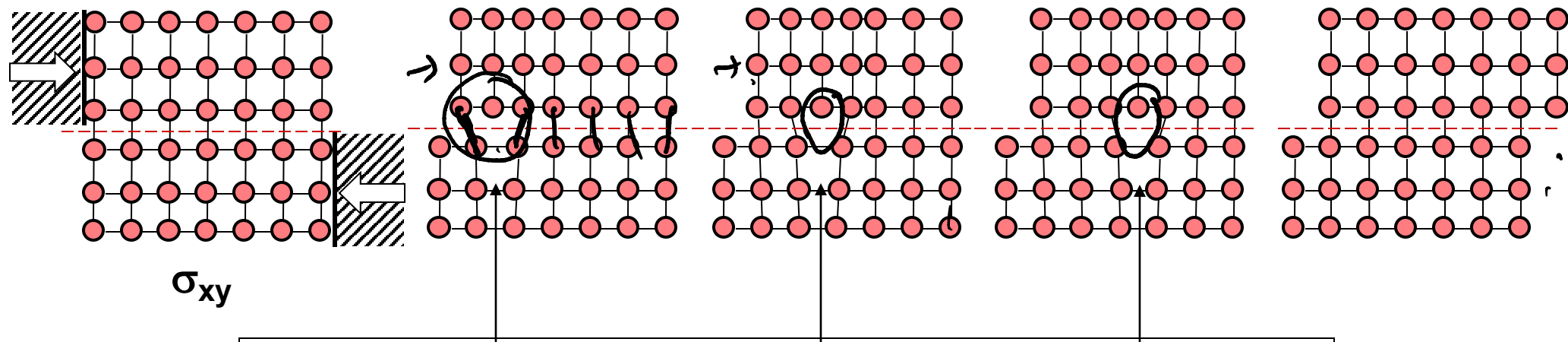
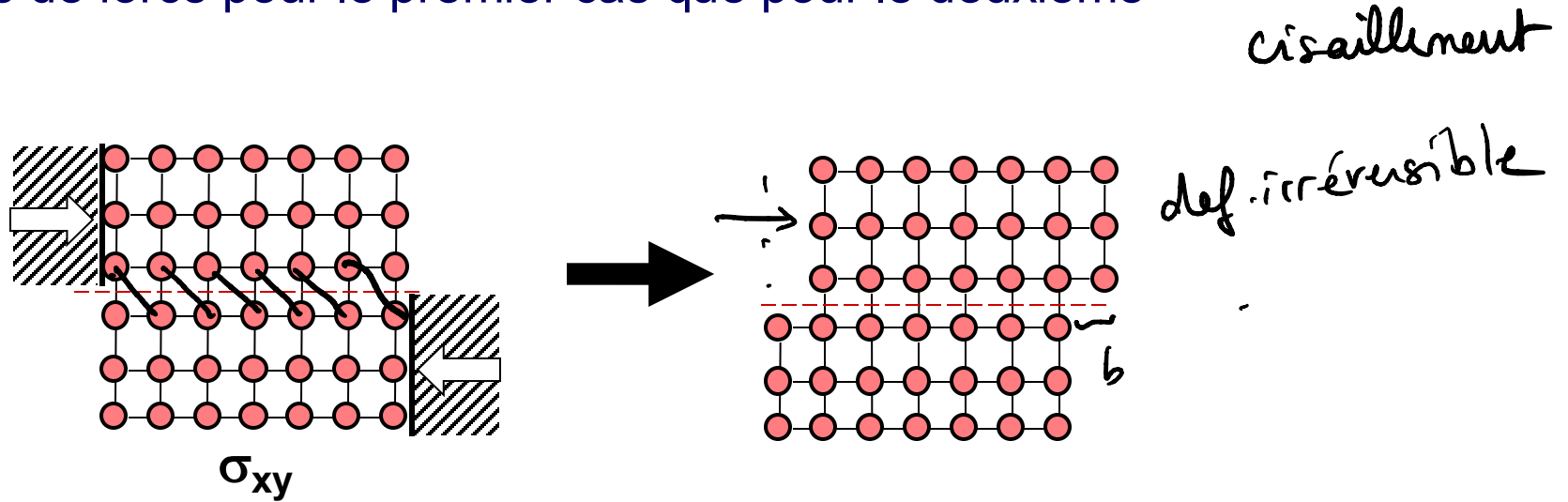
Des défauts d'empilement des rangées d'atomes facilitent leur mouvement...



... pour la même raison qu'il est plus facile de faire glisser un tapis sur le sol en faisant un pli et en repoussant ce dernier!

Mécanismes de plasticité des métaux

Il faut plus de force pour le premier cas que pour le deuxième



Position de la dislocation et émergence de l'autre côté du cristal

Mécanismes de plasticité des métaux

Les dislocations ont été d'abord imaginées en 1934 (Taylor, Orowan, Polanyi), mais confirmées seulement 20 ans plus tard par microscopie à transmission.

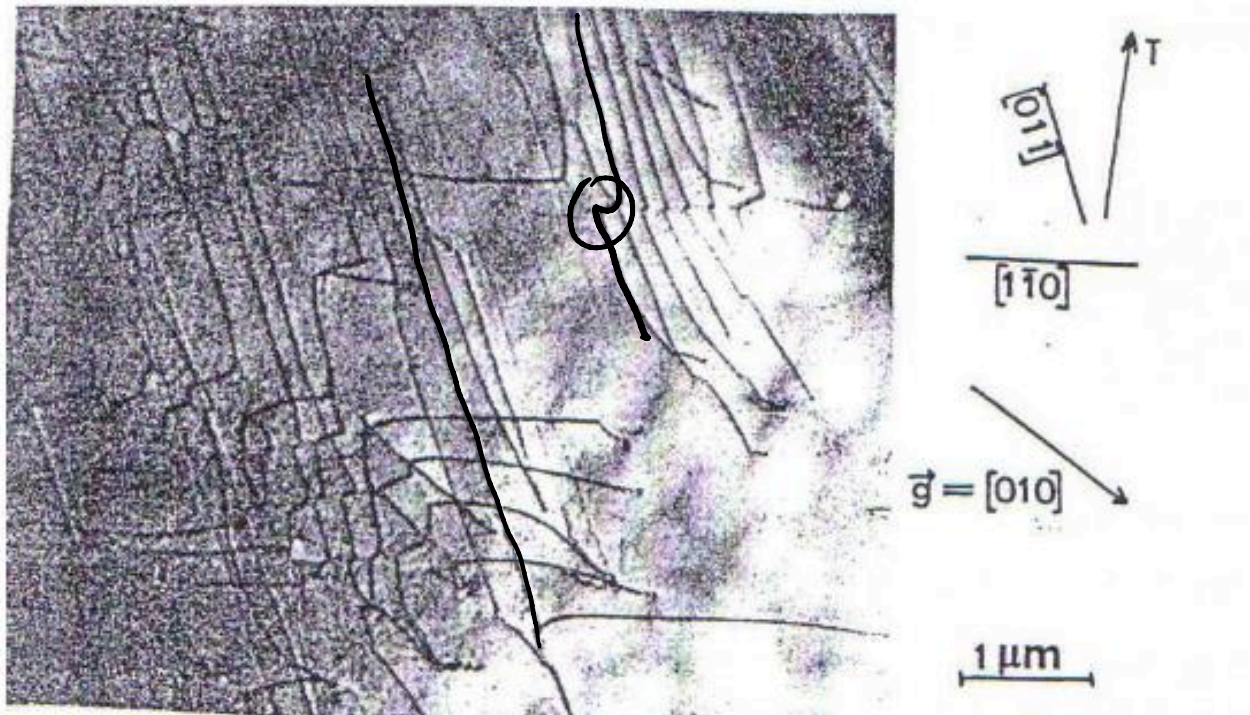
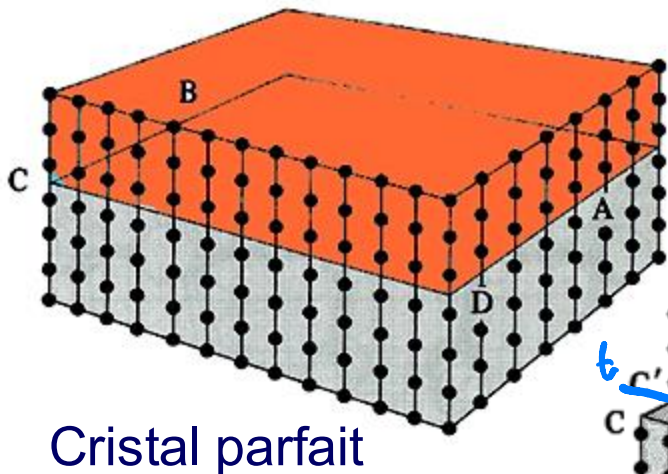


Fig. 4: Observation des dislocations dans un microscope électronique classique. Dû au contraste de diffraction, les dislocations apparaissent sous forme de lignes noires. Echantillon Aluminium, Photo M. Carrard, Thèse EPFL 1985 (Agrand. 15 000 x)

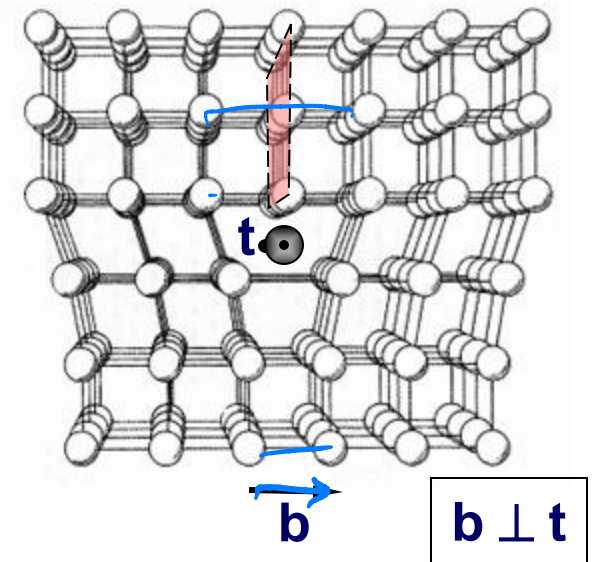
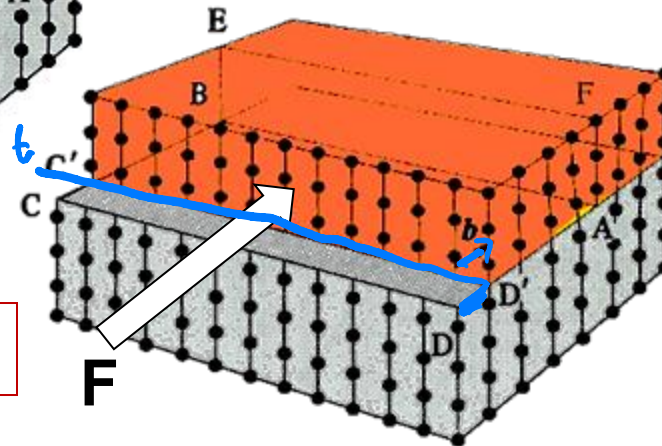
Dislocation coin

L'un des principaux défauts responsable de la plasticité des métaux est la **dislocation**. C'est un **défaut linéaire** qui correspond à une discontinuité du réseau cristallin. Dans un métal, il y en a beaucoup par unité de volume.



Dislocation coin

Cristal coupé en deux sur ABCD et poussé partiellement d'une rangée \perp à AB

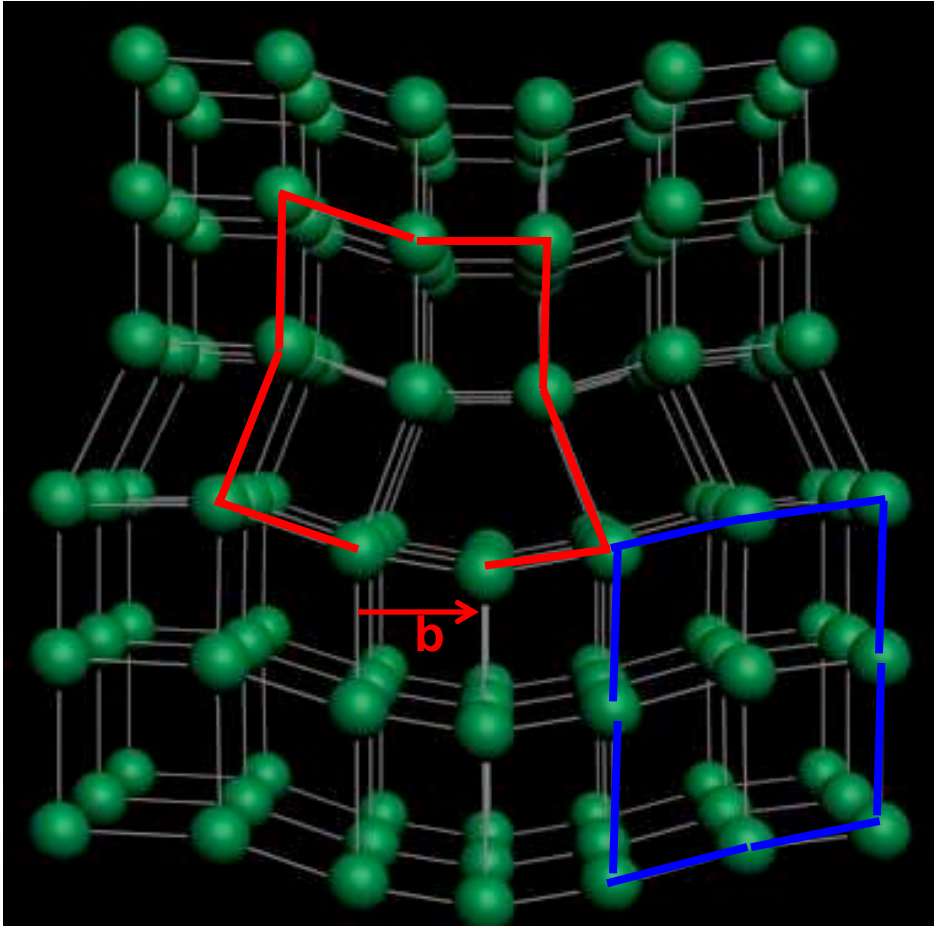


Ligne de dislocation: elle délimite la discontinuité de l'arrangement cristallin. On la repère par son vecteur tangent \mathbf{t} .

Vecteur de Burgers: vecteur correspondant à la déformation élémentaire. On le dénote par \mathbf{b} .

Mécanismes de plasticité des métaux

La dislocation coin est la plus impliquée dans la déformation plastique des métaux

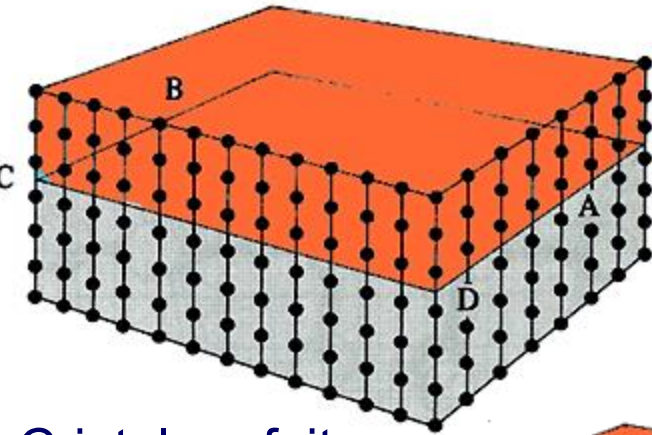


- Symbole: \perp
- $\mathbf{b} \perp \mathbf{t}$: la dislocation se déplace le long de la direction de cisaillement, et aussi donc parallèlement au vecteur de Burgers.
- Champ de contraintes autour de la dislocation coin très complexe:

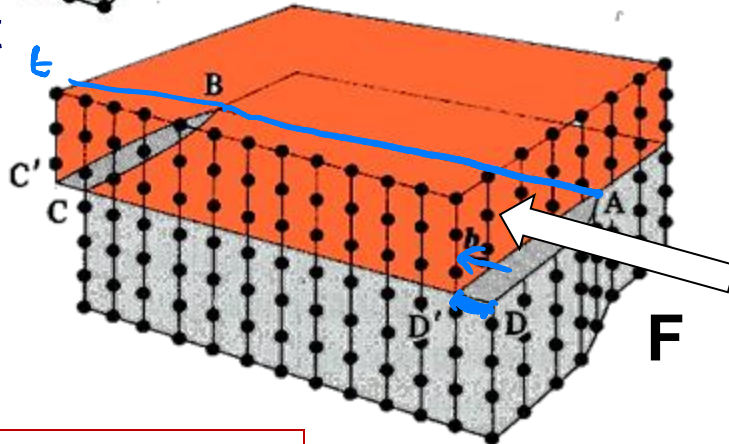
compression – tension - cisaillement

Dislocation vis

Il y aussi des **dislocations vis**:



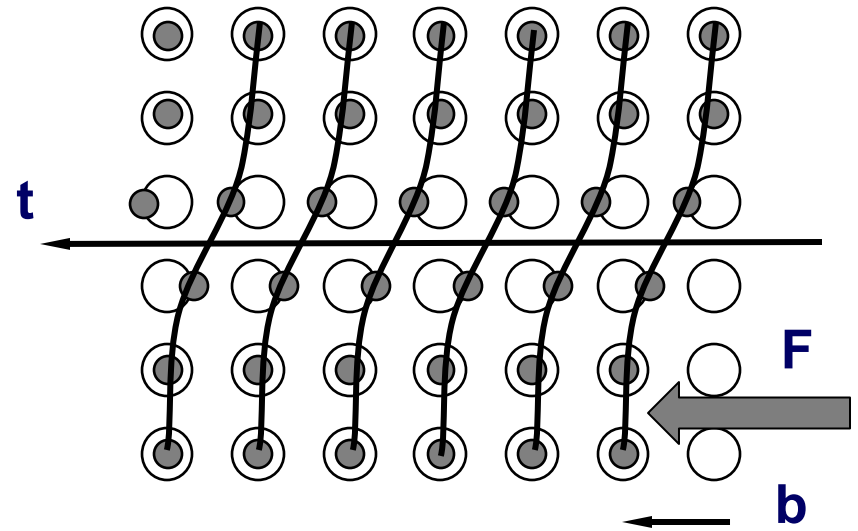
Cristal parfait



Dislocation vis

Cristal coupé en deux sur ABCD
et poussé partiellement d'une
rangée // à AB

Vue de dessus plan ABCD au
niveau de la dislocation

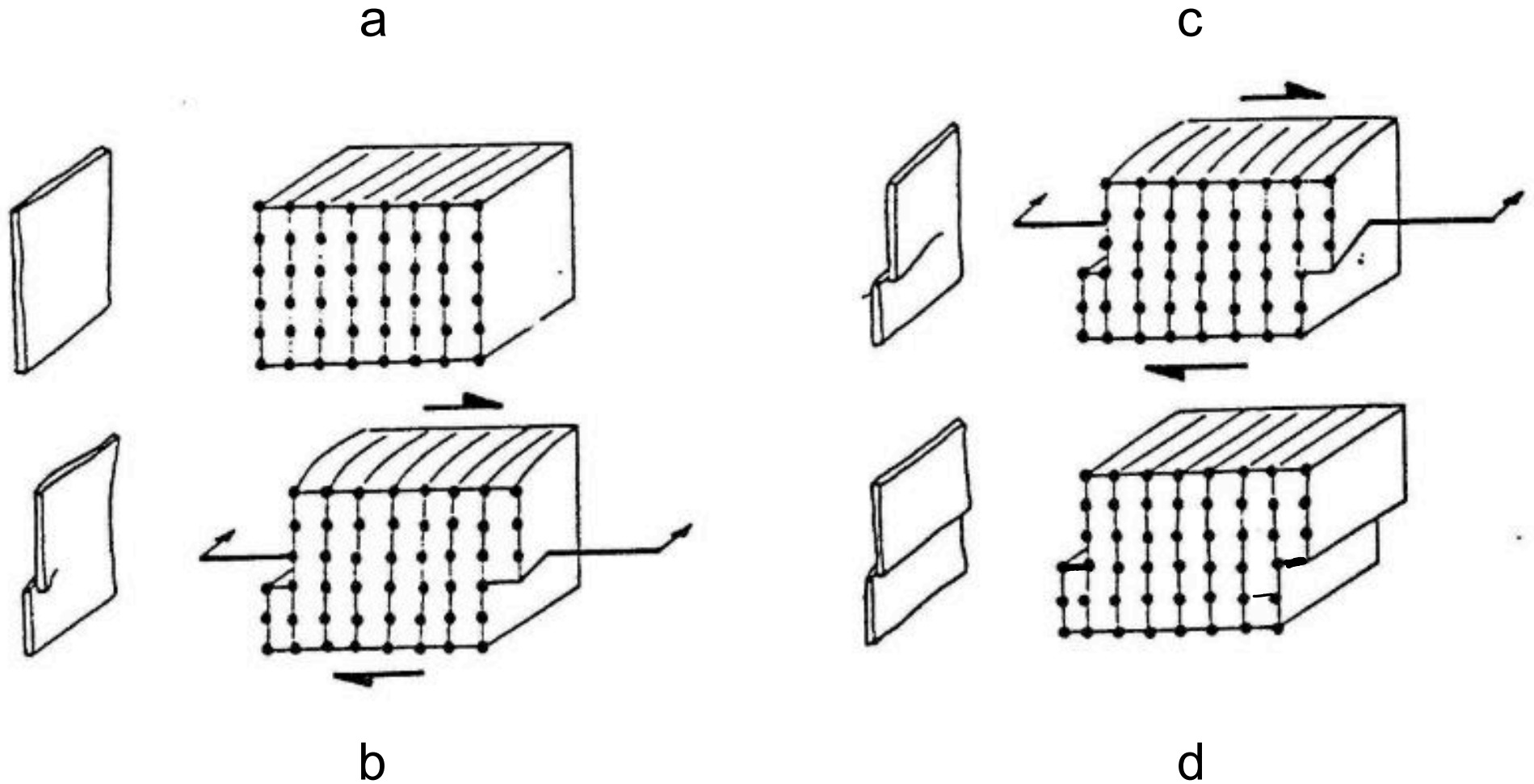


$b // t$

○ Atomes dessous

● Atomes dessus

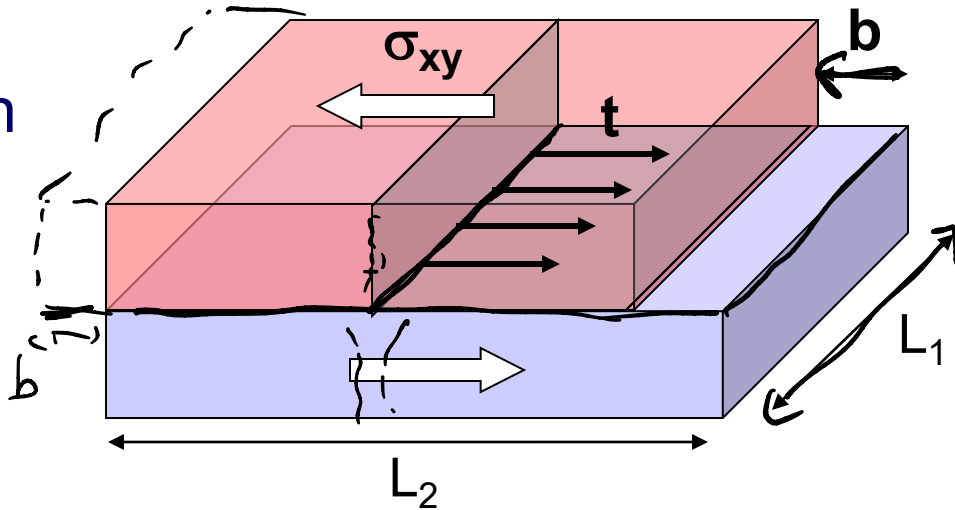
Dislocation vis



Déplacement des dislocations

Quelles sont les énergies mises en jeu pour le déplacement des dislocations?

Exemple: dislocation coin



Force appliquée sur la surface cisailée: $F_{app} = \sigma_{xy} \times L_1 L_2$

Travail de cette force après l'émergence de la dislocation: $W_{app} = F \times b = \sigma_{xy} L_1 L_2 b$

Force (par unité de longueur) opposée par la dislocation: t [N/m] tension de ligne

Travail de résistance de cette force: $(t \times L_1) L_2 = W_{res.}$

bouge si $W_{app} > W_{res}$
 $\sigma_{xy} L_1 L_2 b > t L_1 L_2 \rightarrow \sigma_{xy} > \frac{t}{b}$

Attention, t ici n'est pas le vecteur tangent, c'est la tension de ligne, une force de résistance par unité de longueur

Mécanismes de plasticité des métaux

Quelles sont les énergies mises en jeu pour le déplacement des dislocations?

$$t \approx \frac{1}{2} E \frac{b^2}{l}$$

$\frac{N/m}{N/m^2} \frac{m^2}{m^2}$

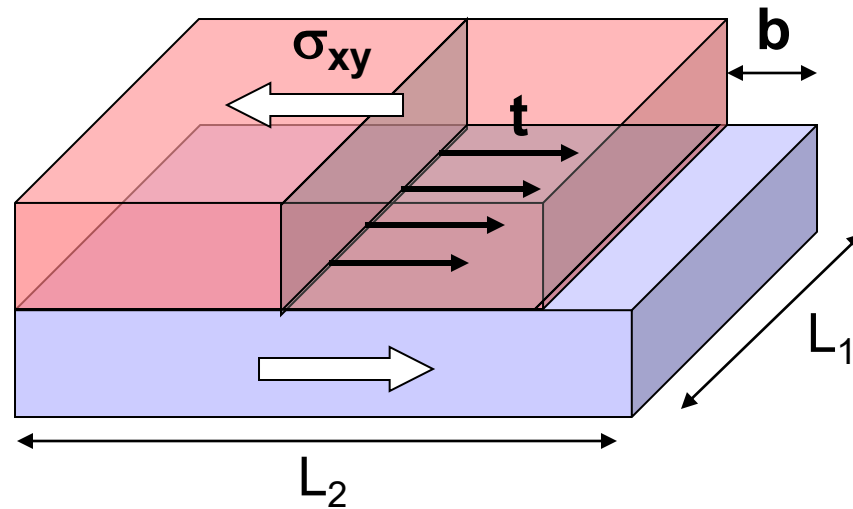
longueur l : distance
entre 2 points d'ancrage
 $l = 1 \mu m$?

Alu

$$t = \frac{1}{2} \times 70 \text{ GPa} \frac{(2 \cdot 10^{-10})^2 \text{ m}^2}{1 \cdot 10^{-6} \text{ m}} \approx \frac{1.4 \cdot 10^{-9} \text{ N}}{10^{-6}} = 1.4 \cdot 10^{-3} \text{ N/m } l$$

$$\sigma_{xy} > \frac{t}{b} = \frac{1.4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-10}} \approx \underline{7 \text{ MPa}}$$

→ change l → change σ_{xy} !

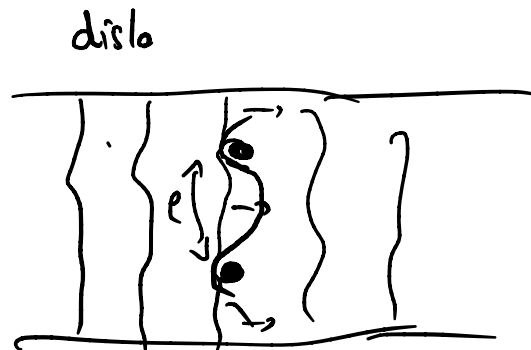
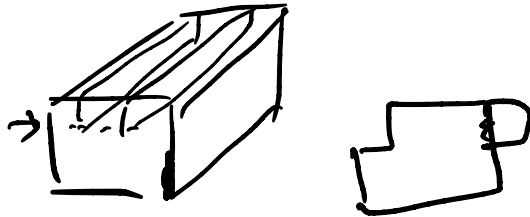


Mécanismes de plasticité des métaux

Du coup, les dislocations peuvent donc bouger si la contrainte en cisaillement dépasse une certaine valeur, et la déformation du matériau devient facile (papier d'aluminium se plie facilement).

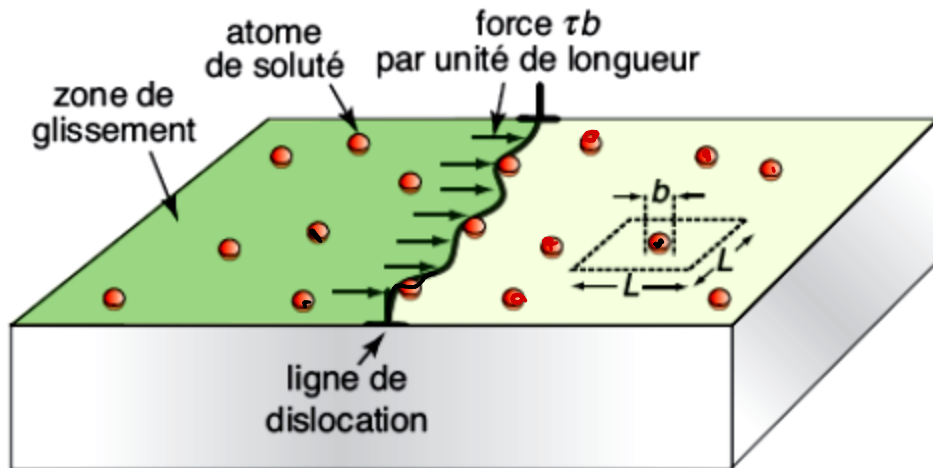
La limite d'élasticité (contrainte à laquelle le matériau commence à se déformer plastiquement) peut donc être trop faible, et on va chercher à bloquer le mouvement des dislocations pour "durcir" le matériau.

Comment les bloquer???



Durcissement des métaux

Durcissement par **solution solide**



On utilise la présence d'atomes qui déforment la maille pour ralentir les dislocations. Cela donne une augmentation de la limite d'élasticité d'une valeur:

$$\Delta\sigma_y^{ss} = K_{ss} G \sqrt{X}$$

δ : différence de rayons atomiques entre les atomes interstitiels et ceux de la maille de départ [m]

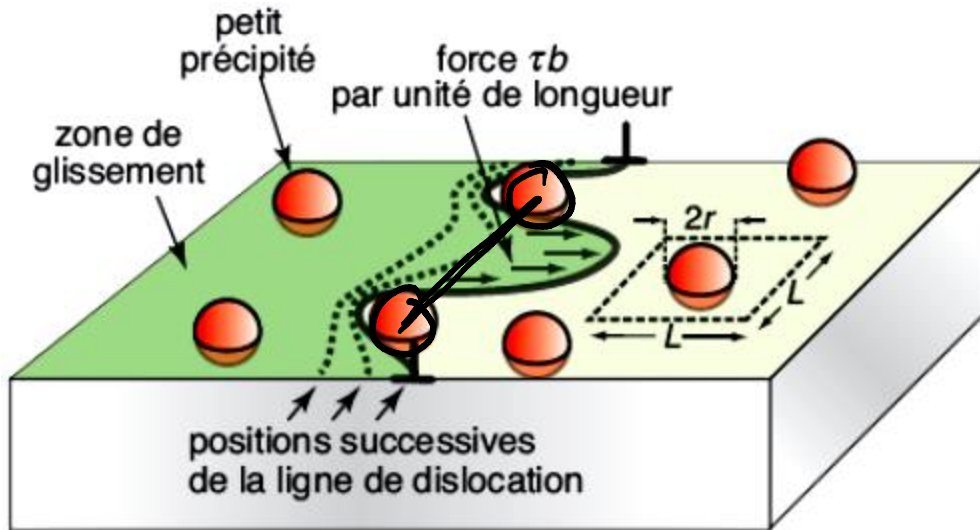
G : module de cisaillement [Pa]

X : composition en atomes interstitiels [-]

K_{ss} est une constante

Durcissement des métaux

Durcissement par des précipités



On utilise la présence de précipités qui déforment la maille pour ralentir les dislocations. Cela donne une augmentation de la limite d'élasticité d'une valeur:

$$\Delta \sigma_y^{Pr} = K_p \frac{Gb}{L}$$

G : module de cisaillement [Pa]

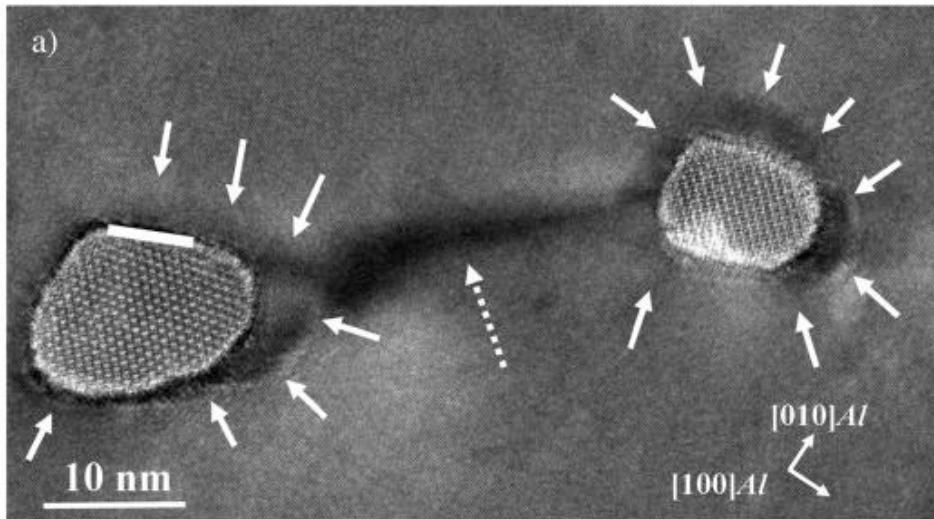
L : distance entre obstacles [m]

b : norme du vecteur de Burgers [m]

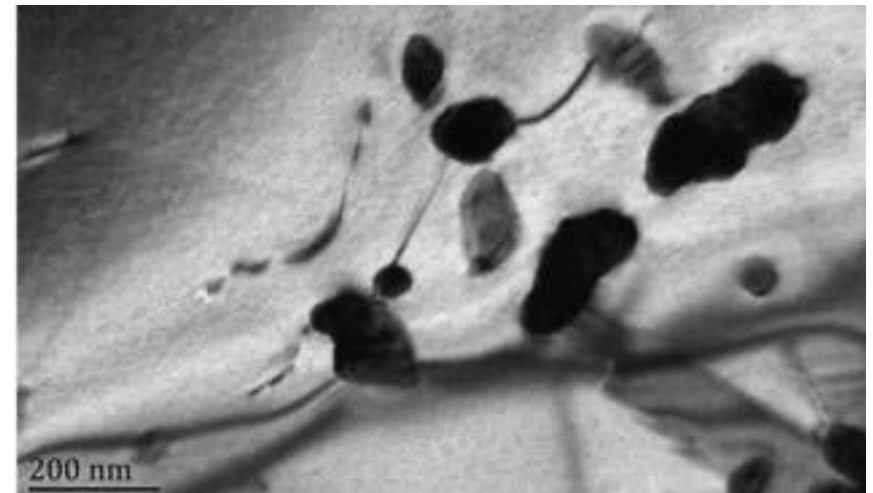
K_p : constante

Qu'est ce qu'un précipité?

Précipités: Amas d'atomes, de quelques nanomètres de diamètre, qui se forme lors de la solidification d'alliages



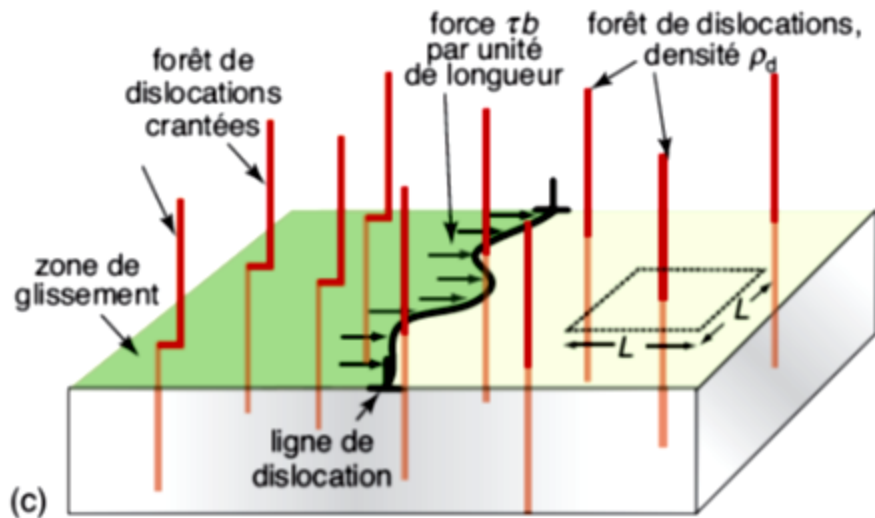
Précipité Mg_2Si dans un alliage d'aluminium, magnésium et silicium



Interaction avec une dislocation, alliage de CrFeCoNiMo

Durcissement des métaux

Durcissement par des **dislocations**: **écrouissage**



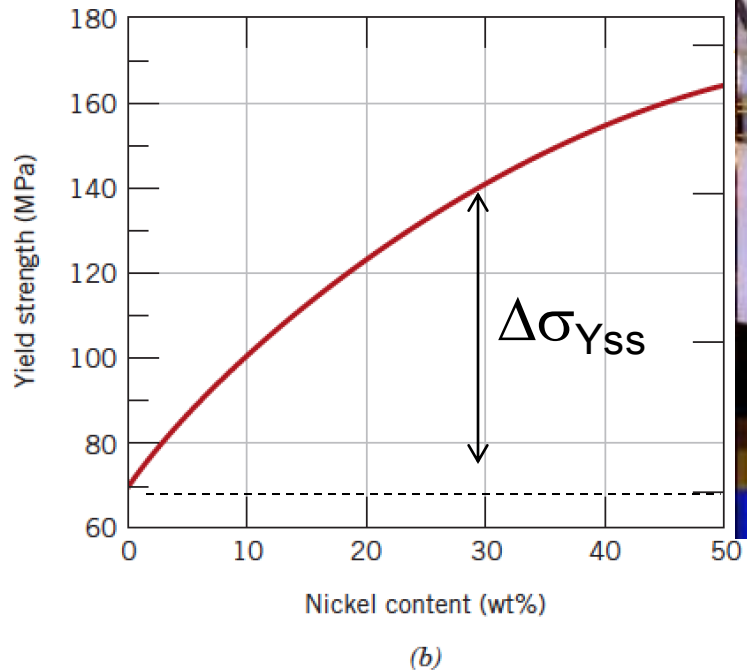
Les dislocations interagissent entre elles si elles sont nombreuses, et se bloquent mutuellement.

Cela donne une augmentation de la limite d'élasticité d'une valeur:

$$\Delta \sigma_y^e = K_e G b \sqrt{\rho_d}$$
$$\rho_d = \frac{\text{longueur dislocations}}{\text{volume}} \left[\frac{\text{m}}{\text{m}^3} \right]$$

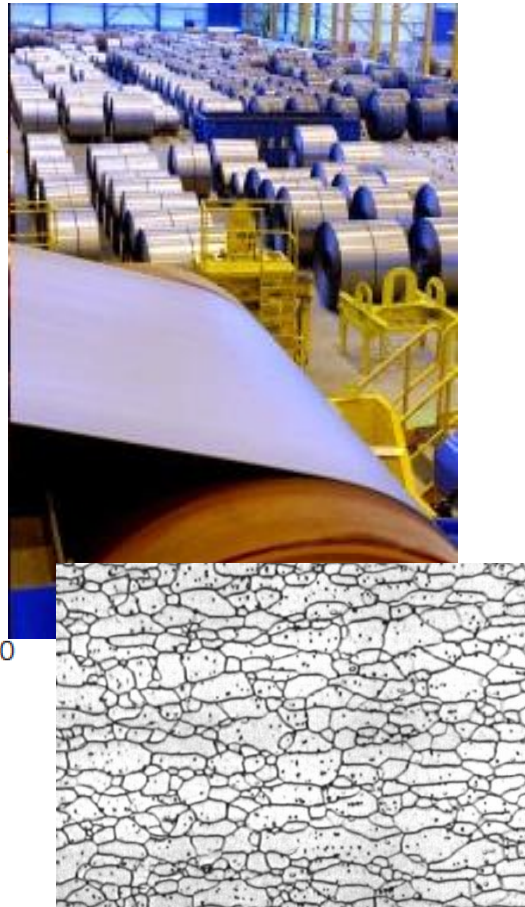
G : module de cisaillement [Pa]
 ρ_d : densité de dislocations [m^{-2}]
 b : norme du vecteur de Burgers [m]
 K_e : constante

Illustration des trois mécanismes précédents



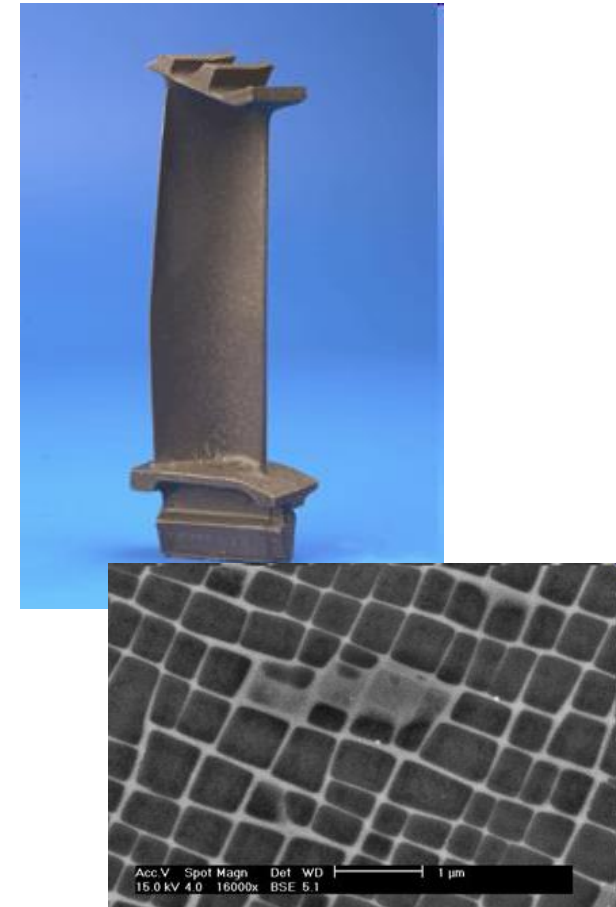
Limite élastique d'alliage Cu-Ni
en fonction de la composition

Mc Calister, introduction to materials



Structure écrouie d'un
acier laminé à froid

<http://www.arcelormittal.com/>



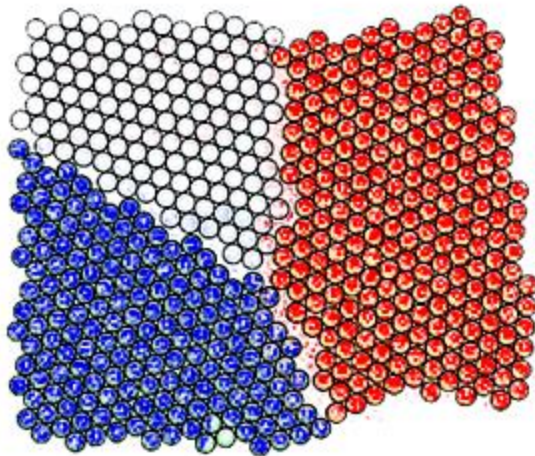
Durcissement par des précipités
 Ni_3Al dans des alliages base Ni

<http://www.camm.ohio-state.edu/>

Freinage des dislocations

Un autre mécanisme très utilisé pour freiner/bloquer les dislocations est de réduire la **taille des grains**.

Dans un échantillon polycristallin, les grains forment des joints de grains qui ont tendance à bloquer les dislocations. **Effet Hall-Petch**.

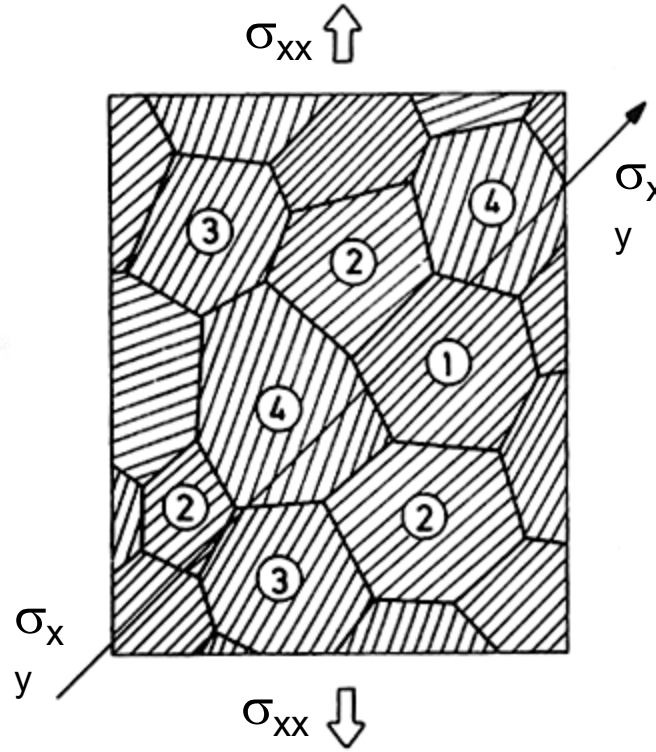


Joints de grains

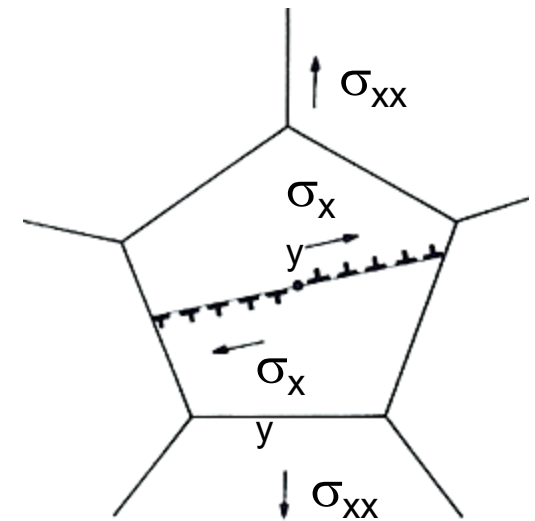
$$\frac{\Delta\sigma_{HP}}{\gamma} = \frac{K_{HP}}{\sqrt{\phi_g}}$$

ϕ_g : diamètre des grains (m)

K_{HP} constante



Echantillon polycristallin soumis à une traction



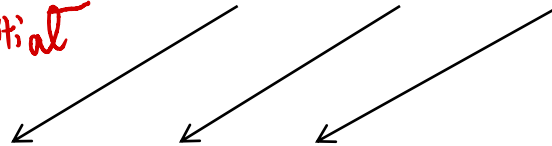
Activation d'un système de glissements avec accumulation des dislocations aux joints

Résumé: plasticité des métaux

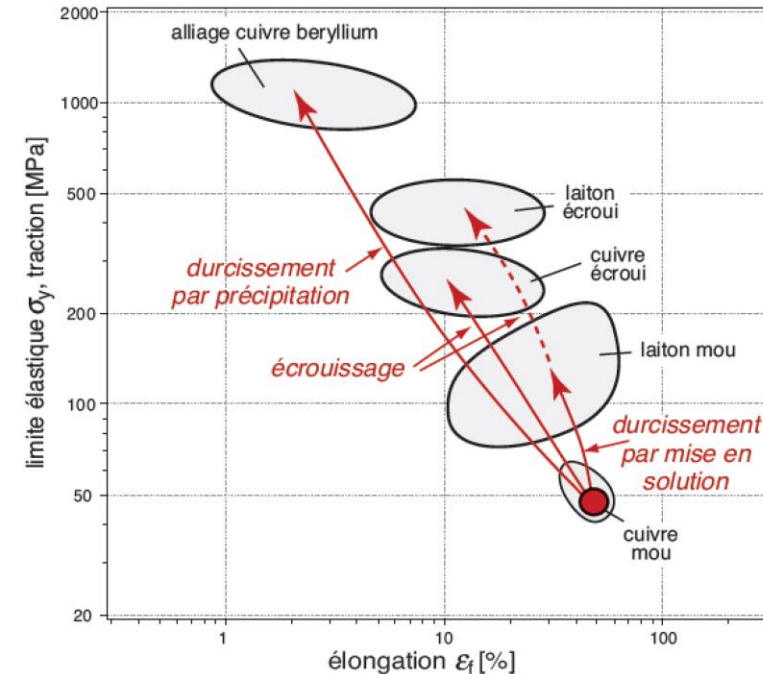
Au final:

$$\sigma_Y = \sigma_Y^{\text{C}} + \Delta\sigma_Y^{\text{ss}} + \Delta\sigma_Y^{\text{pr}} + \Delta\sigma_Y^{\text{ec}} + \Delta\sigma_Y^{\text{HP}}$$

initial



Alliage	Usage typique	Solution solide	Precipit.	Ecrouissage
Pur Al	Papier alu cuisine			XXX
Pur Cu	Fil			XXX
Al, Mg coulé	Pièces auto	XXX	X	
Bronze (Cu-Sn), Laiton (Cu-Zn)	Pièces maritimes	XXX	X	XX
Al laminé non traité	Bateaux, cannettes, structur	XXX		XXX
Al laminé traité à chaud	Avions, structures	X	XXX	X
Acier bas carbone	Carrosseries, structures, bateaux, canettes	XXX		XXX
Acier peu allié	Pièces auto, outils	X	XXX	X
Acier inox	Récipients pression	XXX	X	XXX
Alliages Ni coulés	turbines moteur avion	XXX	XXX	



Exemple : alliages de Cuivre

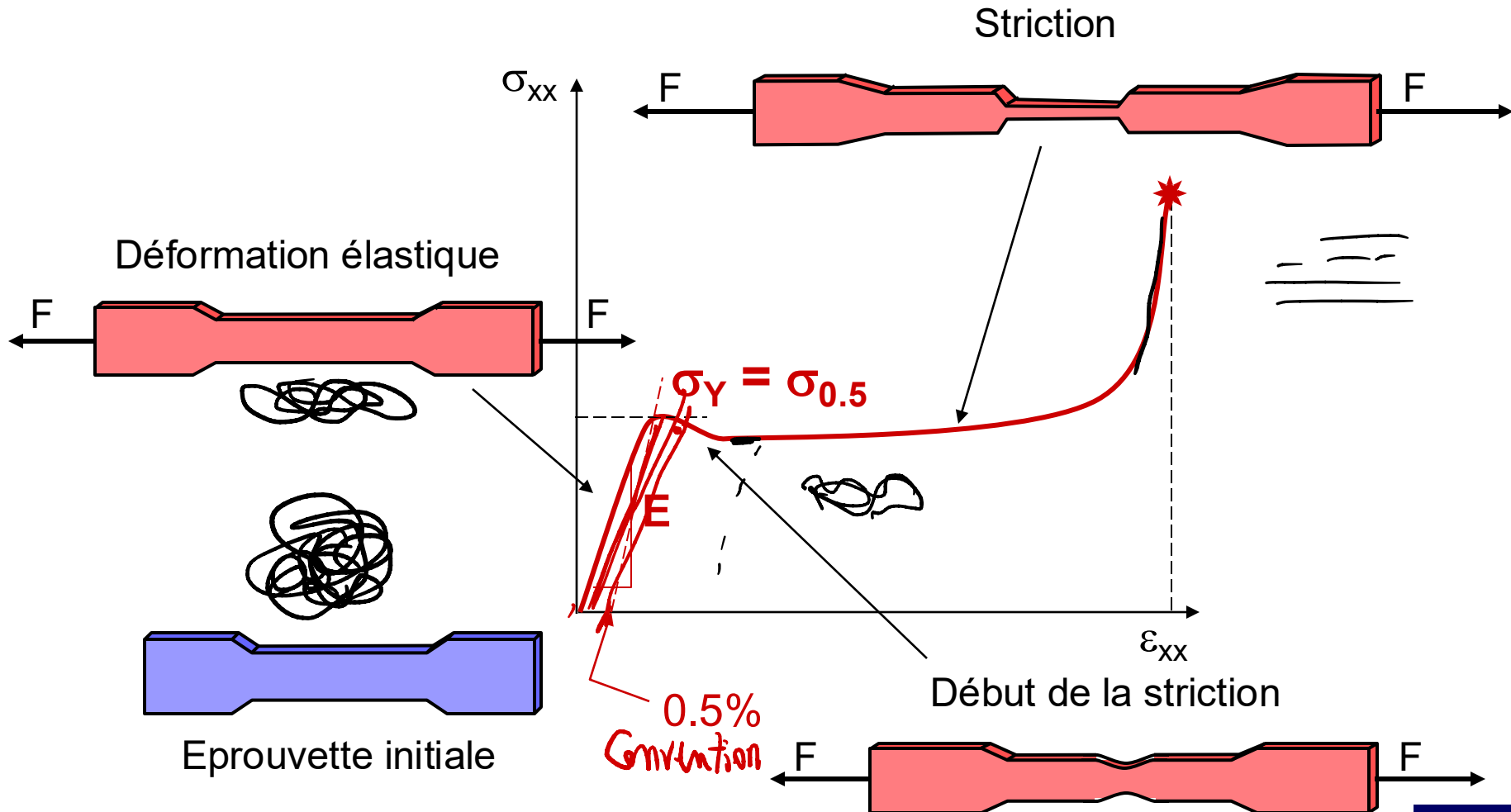
Tiré de Ashby et al.

XXX: très utilisé

X: parfois utilisé

Plasticité des polymères et mécanismes

A la différence des métaux, un polymère thermoplastique ductile continue de se déformer après le début de la striction.



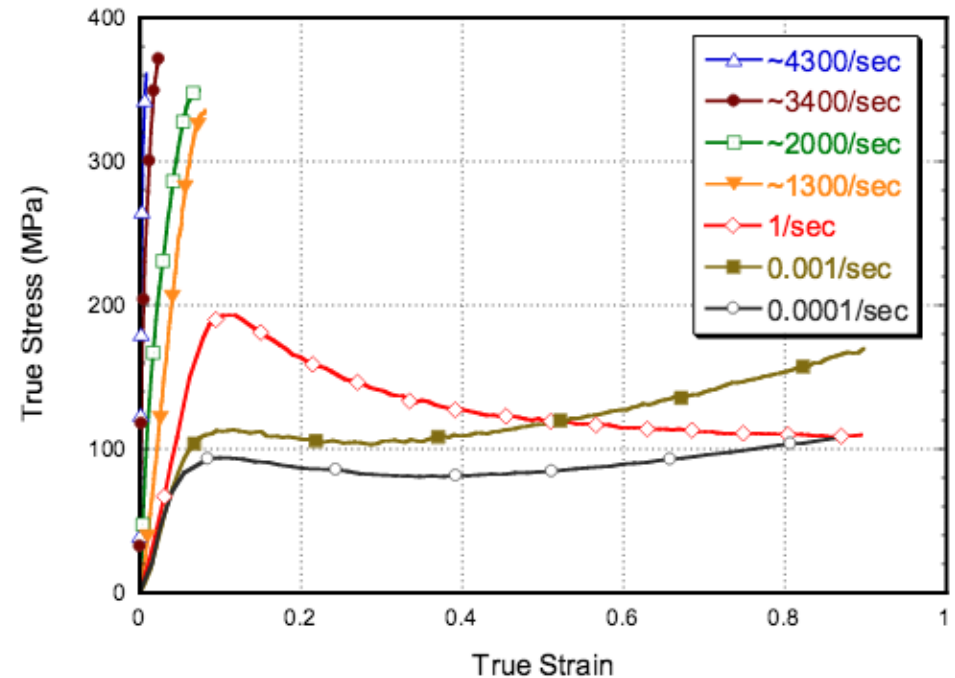
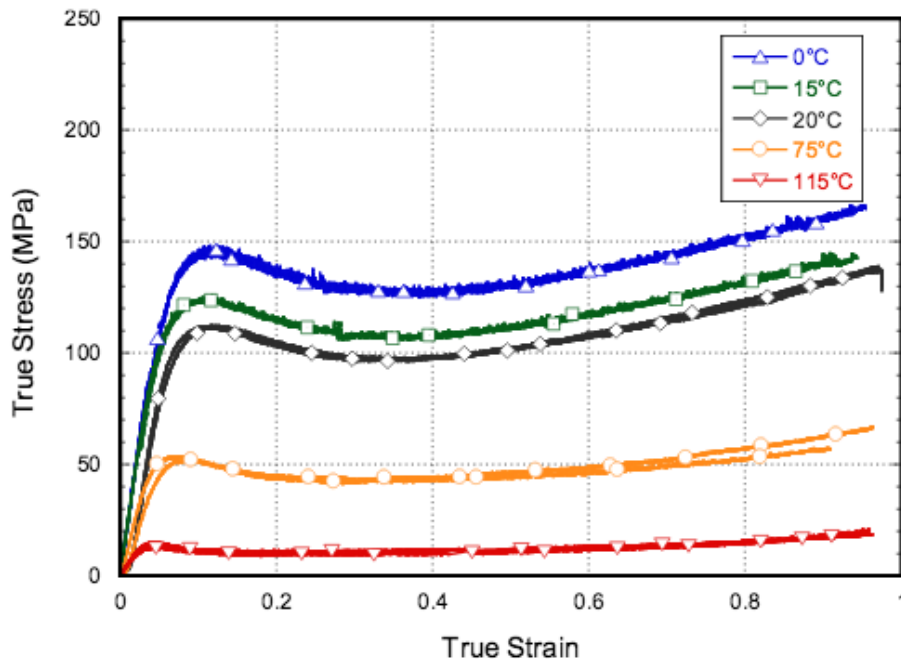
Plasticité des polymères et mécanismes

Les polymères ne sont pas ou peu cristallins, et sont formés de liaisons covalentes le long des chaînes de macromolécules, et de liaisons faibles entre les chaînes. L'enchevêtrement des chaînes joue un rôle important lors de la déformation, ce qui rend le matériau sensible à la vitesse de déformation, et à la température (par rapport à sa température de transition vitreuse).

Plasticité des polymères et mécanismes

Le comportement des polymères dépend notamment de la **température** et de la **vitesse de déformation**.

PMMA

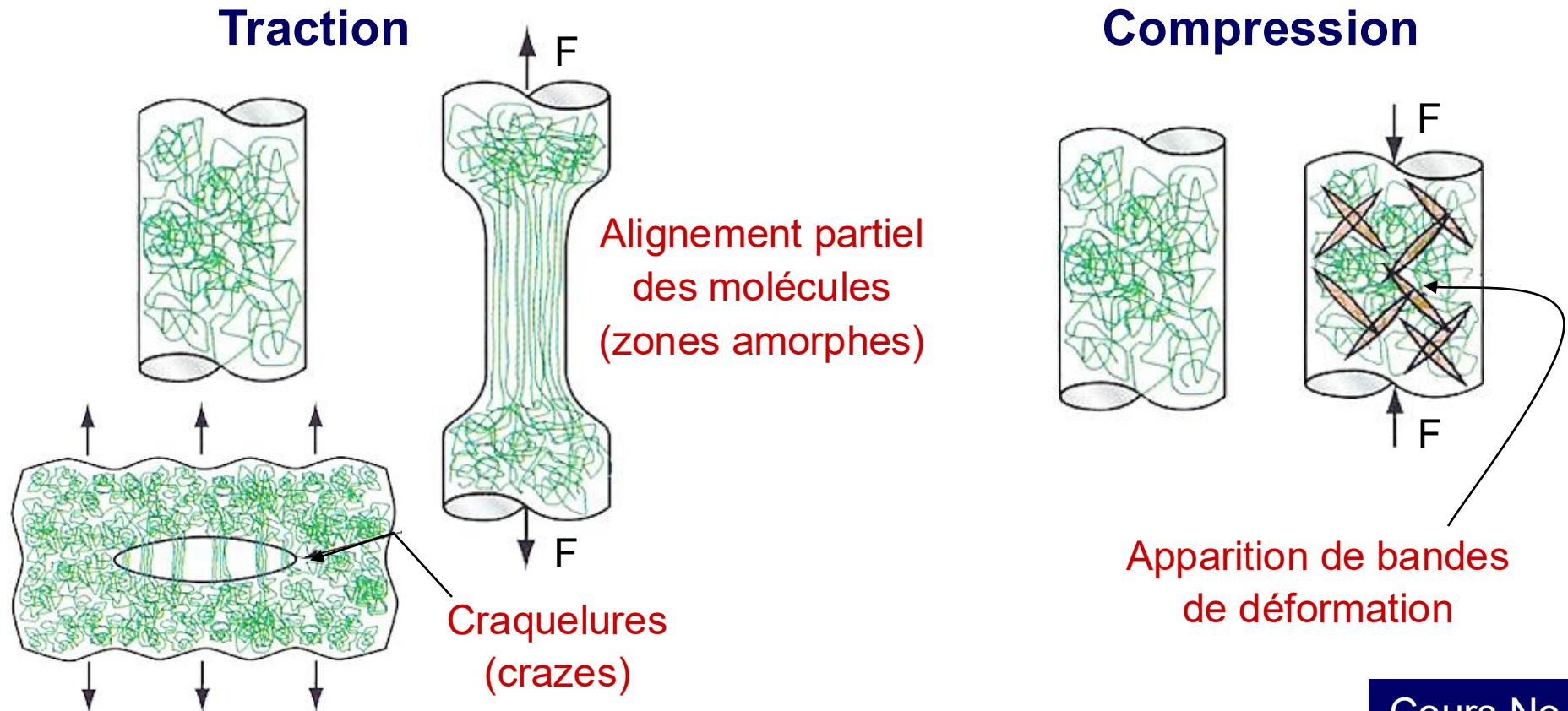


T. Proulx (ed.), Dynamic Behavior of Materials, Volume 1, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series 99,

En dessous de $0.75T_g$, où T_g est la température de transformation vitreuse, il peut être fragile, en dessus il a un comportement ductile.

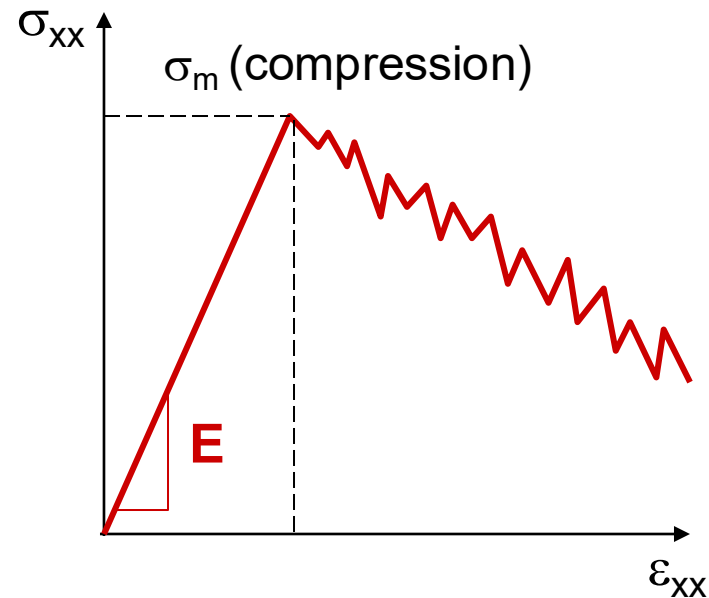
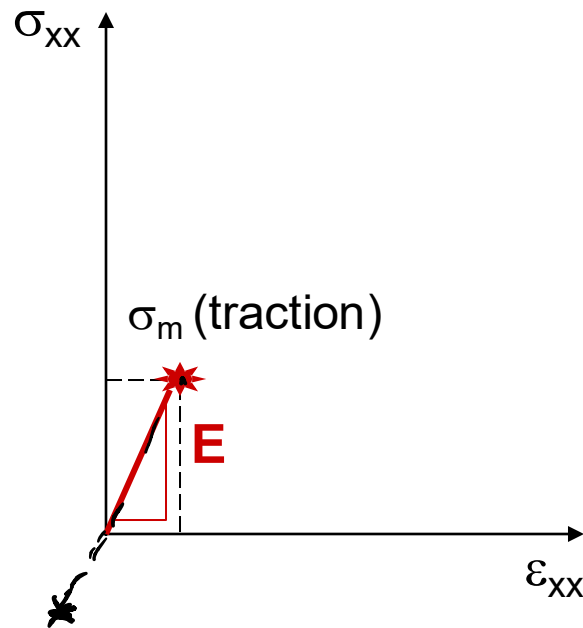
Plasticité des polymères et mécanismes

Lors de la traction en dessus de $0.75T_g$, on peut distinguer deux mécanismes de déformation: cisaillement comme les métaux et déformation plastique locale en traction induisant des **craquelures (crazes)**.



Propriétés des céramiques

Les céramiques, mais aussi le béton, sont particulièrement **fragiles** en traction: elles rompent par **fracture** avant d'atteindre leur limite élastique. En compression, leur résistance peut être bien plus élevée.



Exemples:

saphir (Al_2O_3)* $E = 345 \text{ GPa}$

en compression: $\sigma_m \cong 2'000 \text{ MPa}$ / en traction: $\sigma_m \cong 400 \text{ MPa}$

Béton: $E = 30 \text{ GPa}$ (compression)

en compression: $\sigma_m \cong 30 \text{ MPa}$ / en traction: $\sigma_m \cong 3 \text{ MPa}$

Synthèse

	Paramètres	Relations	Origines
Rigidité (module d'Young)	E	$\sigma_{xx} = E \cdot \epsilon_{xx}$	Mét. et Cér.: liaisons entre les atomes Polym: Liaisons entre les chaînes
Limite d'Elasticité	σ_y	Convention: Mét. et Cér: $e_y = 0.2\%$ Polym: $e_y = 0.5\%$	Mét. et Cér.: début du mouvement des dislocations Polym: début du glissement des chaînes
Dureté	H_v, H_B	$H_v \text{ (MPa)} \approx 3 \cdot \sigma_y$	
Ecrouissage	n	$n = d\sigma/d\epsilon$ au-delà de σ_y	Mét. et Cér.: renforcement par création de dislocations pendant la déformation Polym.: pas d'écrouissage
Résistance	σ_m	Contrainte maximale avant rupture	Mét.: Striction puis rupture Cér.: rupture fragile - fissures Polym.: striction, microfissures
Ductilité	ϵ_R	Déformation résiduelle juste avant la rupture $\epsilon_R = \epsilon_{tot} - \sigma/E$	Mét.: mouvement des dislocations (10%) Cér.: cassent avant de se déformer plastiquement Polym.: Elongation des chaînes et microfissures (50-100%)
Ténacité	K_{1c}	$K_{1c} = (2\gamma + G_{pl}^c)^{1/2}$	

Résumé

- Le comportement plastique des métaux est essentiellement lié aux dislocations, défauts linéaires marquant une discontinuité de l'arrangement cristallin.
- Pour augmenter la résistance des métaux, il faut épingler les dislocations ou les freiner, par des éléments de soluté en solution, par des précipités, par écrouissage ou par les joints de grains.
- Les polymères sont fragiles à basse température et très ductiles à plus haute température.

A retenir du cours d'aujourd'hui

- *Savoir ce que c'est qu'une dislocation vis et coin, un vecteur de Burgers,*
- *Savoir citer les mécanismes de durcissement des métaux et à quoi cela correspond, et utiliser les formules simplifiées donnant l'augmentation de limite d'élasticité.*
- *Savoir que pour un polymère, la ductilité provient de mécanismes un peu différents (pas de dislocations).*